النهايات و الاتصال

الثانية سلك بكالوريا علوم رياضية

MOUSTAOULI MOHAMED

تمرين1

1- حدد $\arctan\sqrt{3}$; $\arctan\left(\tan\dfrac{-73\pi}{3}\right)$

2- أ- برهن أن $\sqrt[n]{a}\sqrt[m]{a}=\sqrt[nm]{a^{n+m}}$ $\quad \forall(n;m)\in\mathbb{N}^{*2}\quad \forall a\in\mathbb{R}^{+}$

ب- بسط $\dfrac{\sqrt[3]{1024}\sqrt[5]{32}}{\sqrt[4]{64}\sqrt[3]{\sqrt{256}}\sqrt{18}}$

د- قارن $\sqrt[7]{3}$; $\sqrt[5]{2}$

3- أحسب $\arctan\dfrac{1}{3}+\arctan\dfrac{1}{2}$

4- بين أن $\arctan x+\arctan\dfrac{1}{x}=\dfrac{\pi}{2}\quad \forall x\in\mathbb{R}_{+}^{*}$

$\arctan x+\arctan\dfrac{1}{x}=-\dfrac{\pi}{2}\quad \forall x\in\mathbb{R}_{-}^{*}$

$\cos(\arctan x)=\dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}}\quad \forall x\in\mathbb{R}$

تمرين2

مثل مبيانيا الدالتين $f: x\to \arctan(\tan x)$

تمرين3

حدد النهايات التالية

$\lim\limits_{x\to0^+}\sin x\times\sin\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ $\quad \lim\limits_{x\to+\infty}x\sin x+2x$

$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin x}{\sqrt[3]{x+1}-1}$ $\quad \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt[4]{x^2-2x}}{\sqrt{x-3}}$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt[3]{x+2}}{\sqrt{x}-1}$; $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1}{x^2}\left(\dfrac{2}{\cos x}+\cos x-3\right)$

$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt[3]{x+8}-2}{x}$ ؛ $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt[3]{x^3+x+1}-2\sqrt[3]{x^3+2}$

$\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt[3]{x+63}-4}$ ؛ $\lim\limits_{x\to+\infty}x-\sqrt[3]{x^3+x^2}$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt[3]{x+2}}{\sqrt{x}-1}$; $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin x}{\sqrt[3]{x+1}-1}$

$\lim\limits_{x\to1^-}\arctan\dfrac{1}{x^2-1}$; $\lim\limits_{x\to1^+}\arctan\dfrac{1}{x^2-1}$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt[3]{x^3+x}-\sqrt[3]{x^3+2}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt[4]{x^2-2x}}{\sqrt{x-3}}$

$\lim\limits_{x\to\sqrt{3}}\dfrac{\arctan x-\dfrac{\pi}{3}}{x-\sqrt{3}}$ $\quad \lim\limits_{x\to+\infty}\arctan\sqrt{\dfrac{x-1}{x-2}}$

$\lim\limits_{x\to0}x^2E\left(\dfrac{1}{x}\right)$ $\quad \lim\limits_{x\to0^+}\sqrt{x}\cos\dfrac{1}{x}$ $\quad \lim\limits_{x\to0}xE\left(\dfrac{1}{x}\right)$

$\lim\limits_{x\to0}x\sin\dfrac{1}{x}$ $\quad \lim\limits_{x\to0}x\sin\dfrac{1}{x^2}$

$\lim\limits_{x\to0^+}\sqrt{x}\cos\dfrac{1}{x}$ $\quad \lim\limits_{x\to1^-}\arctan\sqrt{\dfrac{1+x^2}{1-x^2}})$

تمرين4

نعتبر f دالةالمعرفة بـ $I=\left[\dfrac{1}{4};+\infty\right[$ بـ $f(x)=2x^2-x+1$

بين أن f تقابل من I نحو مجال J يجيب تحديده ثم حدد $f^{-1}(x)$ لكل x من J.

تمرين5

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$

بين أن القصور g للدالة f على $[-1;1]$ تقابل من $[-1;1]$ نحو مجال I يجيب تحديده ثم حدد g^{-1}

تمرين6

1- بين أن المعادلة $1-x+\sin x=0$ تقبل حلا في المجال $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$.

2- بين أن المعادلة $x^4-\dfrac{4}{x}=x$ تقبل حلا في المجال $[1;2]$.

تمرين7

بين أن المعادلة $x^3-3x+1=0$ تقبل بالضبط ثلاثة حلول في IR ثم أعط تأطيرا لكل منها إلى 5×10^{-1}

تمرين8

لتكن f دالة متصلة على $[a;b]$ حيث $f(a)\prec ab$ و $f(b)\succ b^2$

بين أنه يوجد c من $[a;b]$ حيث $f(c)=bc$.

تمرين9

1- حل في $\mathbb{R}$ في المعادلات

أ - $x^3+27=0$ ب- $\left(\dfrac{1-\sqrt[3]{x}}{1+\sqrt[3]{x}}\right)^3+125=0$

ج- $\arctan\left(x^2-x+2\right)=0$

ر- $\sqrt[3]{1+x}-\sqrt[3]{1-x}=\sqrt[6]{1-x^2}$ يمكن وضع $t=\sqrt[6]{\dfrac{1+x}{1-x}}$

2- حل في $\mathbb{R}$ المتراجحتين التاليتين $\arctan\left(x^2-2x\right)\succ0$

و $\arctan\sqrt{x+2}\prec\arctan(x+1)$

تمرين10

حدد مجموعة تعريف الدالة f و ادرس اتصالها في هذه المجموعة $f(x)=\arctan\sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}$

النهايات و الاتصال

تمرين11

نعتبر الدالة f المعرفة بـ $f(x)=-x+\sqrt{x-E(x)}$

1- حدد D_f ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$

2- ليكن k عددا صحيحا نسبيا

أدرس اتصال f على يمين و يسار k

أدرس اتصال f على $]k;k+1[$

3- بين أن $-x\le f(x)\le -x+1$ $\forall x\in\mathbb{R}$.

4- استنتج $\lim_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

تمرين12

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $\begin{cases} f(x)=0 & x\in\mathbb{R}-\mathbb{Q} \\ f(x)=1 & x\in\mathbb{Q}\end{cases}$

1- أدرس اتصال الدالة f

2- أدرس اتصال الدالة $f\circ f$. ما ذا تستنتج؟

-1

تمرين13

لتكن f دالة معرفة من $[a;b]$ نحو $[a;b]$ ومتصلة على $[a;b]$

بين أن f تقبل نقطة صامدة

تمرين17

لتكن f دالة عددية متصلة على $[0;1]$

بين أنه $\exists c\in[0;1]\ /\ f(c)=\frac{1}{c}+\frac{1}{c-1}$

تمرين14

f دالة معرفة على المجال $I=]-\infty,3]$ بما يلي:

$f(x)=(x-3)^2-1$

1) بين أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة من مجال J يتم تحديده نحو المجال I

2) أحسب $f^{-1}(x)$ لكل x من J

تمرين15

نعتبر f الدالة المعرفة بـ $\begin{cases} f(x)=x-\sqrt{x-2} & x\ge 3 \\ f(x)=x-1+\sqrt[3]{3-x} & x\prec 3\end{cases}$

1- حدد D_f و نهايات عند محداتها .

2- أدرس اتصال f .

3- ليكن g قصور الدالة f على $[3;+\infty[$.

أ- بين أن g تقابل من $[3;+\infty[$ نحو المجال J يجيب تحديده.

ب- حدد $g^{-1}(x)$ لكل x من J

تمرين16

نعتبر f دالة المعرفة بـ $f(x)=\sqrt[3]{\frac{x}{1+x}}$

1- حدد D_f

2- لتكن g قصور f على المجال $I=[0,+\infty[$

أ- بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} من مجال J يتم تحديده نحو المجال I

ب- حدد $g^{-1}(x)$ لكل x من

تمرين17

نعتبر f دالة المعرفة بـ

$$\begin{cases} f(x)=\arctan\left(\frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x}\right) & x\ne 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$$

1- أدرس اتصال f في 0

2- أدرس زوجية f ثم رتابتها

3 - أ- بين أن f تقابل من $\mathbb{R}$ نحو مجال I يجيب تحديده

ب- حدد f^{-1}

ج- استنتج تعبيرا مبسطا لـ $f(x)$